



Для
билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

(N1)

Данное ур-е является квадратным. Оно имеет 2 корня, когда дискриминант (D) больше 0. Выразим его и получим первое условие на a .

$$x^2 - x - a(a-1) = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 4a(a-1) = 4a^2 - 4a + 1 = (2a-1)^2$$

$$D > 0$$

$$(2a-1)^2 > 0$$

$$a \neq \frac{1}{2}, \text{ т.к. тогда } (2a-1)^2 = 0$$

Теперь выразим корни ур-я:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2}$$

$$\text{Т.к. } D > 0, \text{ то меньший корень: } \frac{1 - (2a-1)}{2}$$

Решим неравенство, 0 там, где меньший корень больше $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1 - (2a-1)}{2} > \frac{1}{3}$$

$$1 - (2a-1) > \frac{2}{3}$$

$$2a - 1 < \frac{1}{3}$$

$$2a < \frac{4}{3}$$

$$a < \frac{2}{3}$$



Таким образом, оба условия выполняются, когда ~~тогда~~
 $a < \frac{2}{3}$ и $a \neq \frac{1}{2}$.

Ответ: ~~если~~ если $a < \frac{2}{3}$ и $a \neq \frac{1}{2}$.

(в 2)

Решим второе ур-е, т.к. в нём только одна переменная.

$$(-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (2 + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})) |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + 4 - 3) |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(\sqrt{37} - 5) |x| - (\sqrt{37} - 5) = 0$$

$$(\sqrt{37} - 5) |x| = (\sqrt{37} - 5)$$

$$|x| = 1, \text{ т.к. } \sqrt{37} - 5 \neq 0$$

$$x = \pm 1$$

Теперь решим неравенство:

$$\sqrt{-|y-x|} + 1 > 0$$

т.к. корень всегда больше или равен 0, то вур-е всегда больше 0,
 если сам корень определён, сл-но запишем новое н-во:

$$-|y-x| \geq 0$$

$$|y-x| \leq 0$$

Модуль не бывает отрицательным, сл-но

$$|y-x| = 0$$

$$y-x=0$$

$$y=x$$

т.к. x может быть только 1 и -1, то получим 2 пары

x и y . (1; 1 и -1; -1)

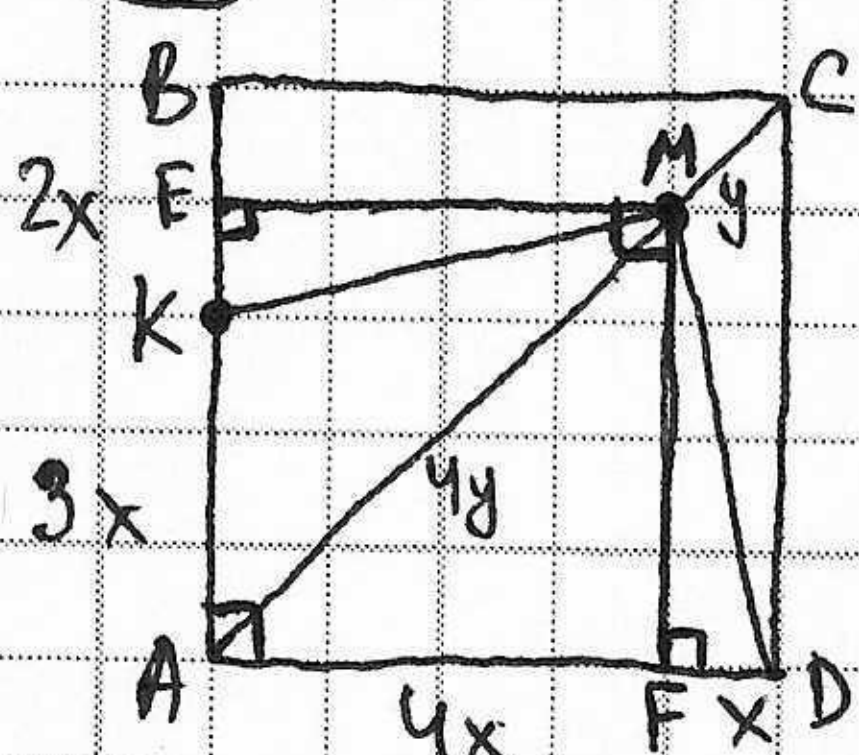
Ответ: 1; 1 и -1; -1.



Вариант задания 1

Лист работы 2 из 3

№3



Т.к. $AK:KB = 3:2$, то обозначим AK за $3x$, а KB тогда будет $2x$. Т.к. $MC:AC = 1:5$, то $MC:AM = 1:4$. Обозначим MC за y , тогда $AM = 4y$. По т. Пифагора $AC = AB \cdot \sqrt{2}$, то есть $5y = 5x \cdot \sqrt{2} \Rightarrow y = x\sqrt{2}$.

Опустим перпендикуляры из точки M на AB и AD , назовём точки E и F соответственно. $EM = MF$, т.к. M лежит на AC , а AC является биссектрисой, то есть ГМТ равноудалённых от AB и AD .

При этом $EM = MF = 4x$, т.к. $AEMF$ — квадрат, т.к. $\angle EAF = 90^\circ$ и $EM = MF$. Тогда все стороны по $4x$, т.к.

диагональ $4x\sqrt{2}$. $\triangle KEM = \triangle MFD$ по двум сторонам и углу между ними ($EM = MF = 4x$, $EK = FD = x$, $\angle MEK = \angle MFD = 90^\circ$), тогда

$\angle EMK = \angle FMD$. Тогда $\angle KMD = 90^\circ$, т.к. $\angle EMF = 90^\circ$, а $\angle KMD = \angle EMF - \angle EMK + \angle FMD$, а последние два угла равны.

Ответ: 90°

№4

Решим ур-е сначала для $x < 2$, а потом для $x \geq 2$.

При $x < 2$:

$$2|x-2| - a - x = 2$$

$$-2x + 4 - a - x = 2$$

$$-3x = a - 2$$

$$x = \frac{2-a}{3}$$

Условие на x : $x < 2$; $x \geq 0$ ($x < 5$ и так верно, т.к. $x < 2$).

Тогда выразим условие на a :

$$\begin{cases} \frac{2-a}{3} \geq 0 \\ \frac{2-a}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-a \geq 0 \\ 2-a < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 2 \\ a > -4 \end{cases}$$

$$\boxed{-4 < a \leq 2}$$

Теперь решим где $X \geq 2$:

$$2(x-2) - a - x = 2$$

$$2x - 4 - a - x = 2$$

$$x = a + 6$$

Условия на x : $x \geq 2$ и $x < 5$ ($x \geq 0$ и так верно, т.к. $x \geq 2$).

Выразим из них условия на a :

$$\begin{cases} a+6 \geq 2 \\ a+6 < 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -4 \\ a < -1 \end{cases}$$

$$\boxed{-4 \leq a < -1}$$

~~Ур-е имеет хотя бы 1 корень и все эти условия выполняются~~
~~где условия, когда выполняются~~ При $a < -4$ ур-е не имеет
 решений, т.к. оно имеет корень с отриц. ~~выражением~~ ^{выражением} $(x-2)$ при $a > -4$,
 а с положительным $(x-2)$ при $a \geq -4$. Тогда все корни
 ур-е удовл. условиям, когда $-4 \leq a < -1$, т.к. имеет один из корней
 и удовл. условиям или их нет, но ещё есть случай $a = -4$,
 при нём есть корень только при $x \geq 2$, который удовл. всем условиям,
 а корни $x < 2$ не существуют. Тогда полное условие $-4 \leq a < -1$.

$$\boxed{\text{Ответ: } -4 \leq a < -1}$$





Вариант задания 1

Лист работы 3 из 3

№6

Рассчитаем насколько уменьшается груз за 1 цикл очистки. Для этого перемножим все проценты из условия. (стандарт отнимает их от 100%, т.к. нужно знать сколько прищесей останется).

$$0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = 0,252.$$

Т.к. изначальное содержание прищесей было 56%, то после первого цикла будет $56 \cdot 0,252 = 14,112$. Поэтому придётся провести второй цикл, после чего будет

$$14,112 \cdot 0,252 = 3,556224.$$

Таким образом, нам понадобится 2 цикла очистки. Это $2 \cdot 4 = 8$ прогонов воды через фильтр, то есть $8 \cdot 5000 = 40000$ куб.м. воды.

Первым способом мы очистим всё за $\frac{40000}{2000} = 200$ дней, а вторым - за $\frac{40000}{500} = 80$ дней. При этом ~~мы~~ мы можем работать только с 15 мая по 15 сентября, то есть $17 + 30 + 31 + 31 + 15 = 124$ дне. ~~Тогда~~ Тогда первым способом надо

будет платить за большее кол-во дней. 1 цикл очистки 1м способом занимает 100 дней. Тогда всего займёт $365 + 100 = 465$ дней, т.к. второй цикл будет не завершён и придётся начать его заново. Рассчитаем оплату 1м способом:

$$2800 \text{ тыс. руб.} + ((1+2) \text{ тыс. руб.} \cdot 465 \text{ дней}) = \\ = 2800 \text{ тыс. руб.} + 1395 \text{ тыс. руб.} = 4195 \text{ тыс. руб.}$$

Рассчитаем оплату 2м способом:

$$6000 \text{ тыс. руб.} + ((1+2) \text{ тыс. руб.} \cdot 80 \text{ дней}) = 6000 \text{ тыс. руб.} + 240 \text{ тыс. руб.} =$$

= 6240 тыс. руб.



Таким образом, первый способ выгоднее и ~~не~~ придется заплатить 4195 тыс. руб.

Ответ: первое; 4195 тыс. руб.

№5

